

# **Bose-Einsteinove korelácie v experimente ATLAS**

***Mgr. Róbert Astaloš***

Univerzita Komenského  
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky  
Katedra jadrovej fyziky a biofyziky  
Bratislava

# Kvantovo-mechanický opis zdroja častíc

BEC sú vyšetované na báze nasimulovaných a dátových vzoriek získaných experimentom ATLAS v pp-zrážkach pri energii 7 TeV

**Predpoklad:** zdroj častíc pozostáva z **diskrétnych emisných bodov** charakterizovaných amplitúdou pravdepod.  $F_i(\mathbf{r})$  produkovať časticu.

Pravdepodobnosť pozorovať časticu s hybnosťou  $\mathbf{k}$  emitovanú zo zdroja - zosumujeme **príspevky všetkých bodov**  $F_i(\mathbf{r})\Psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}_i)$ .

$\Psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}_i)$  – vlnová funkcia emitovanej častice s hybnosťou  $\mathbf{k}$ .

**Dva spôsoby** ako urobiť **sumáciu**:

*koherentne* – fázy  $F_i$  sú koherentné – sumujeme **amplitúdy**:

$$P_C(\mathbf{k}) = \left| \int F(\mathbf{r})\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})d^3r \right|^2$$

*nekoherentne* – fázy  $F_i$  sú nekoherentné – môžeme sumovať

**pravdepodobnosti:**

$$P_I(\mathbf{k}) = \int |F(\mathbf{r})\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})|^2 d^3r$$

# Dvojčasticové pravdepodobnosti

Dvojčasticová vlnová funkcia  $\Psi_{1,2} = \Psi_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$

Pravdepodobnosť pozorovať dvojicu častíc s hybnosťami  $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2$ :

koherentný prípad:

$$P_C(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) = \left| \int \psi_{1,2} F(\mathbf{r}_1) F(\mathbf{r}_2) d^3 r_1 d^3 r_2 \right|^2$$

nekoherentný prípad:

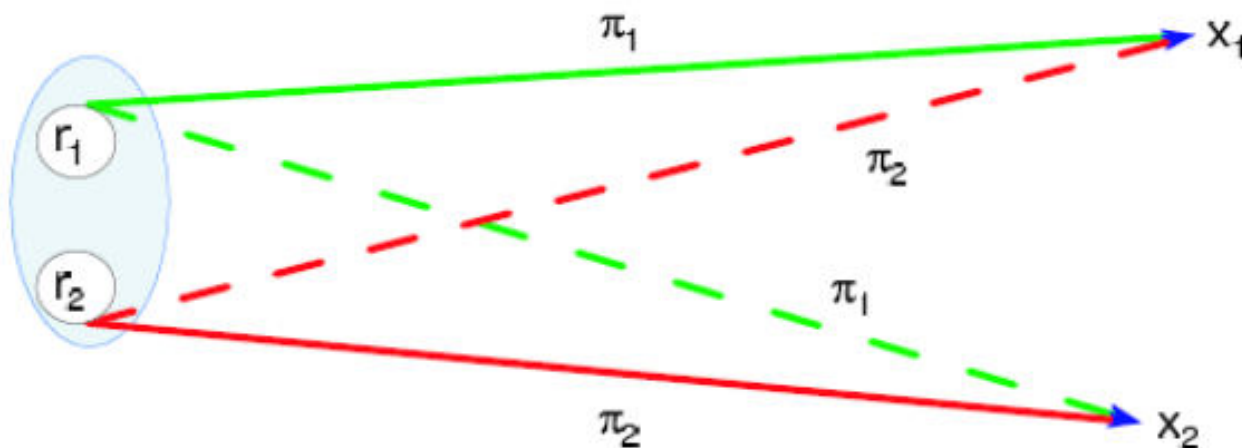
$$P_I(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) = \int |\psi_{1,2} F(\mathbf{r}_1) F(\mathbf{r}_2)|^2 d^3 r_1 d^3 r_2 = \int |\psi_{1,2}|^2 f(\mathbf{r}_1) f(\mathbf{r}_2) d^3 r_1 d^3 r_2$$

$f(\mathbf{r}) = |F(\mathbf{r})|^2$  - pravdepodobnosť zdroja produkovať časticu

# Bose - Einsteinove korelácie

**Predpoklad:** máme 2 identické bozóny (napr. rovnako nabité pióny).

- vlnová funkcia dvojice bozónov musí byť **symetrická**
- pri registrácii 2 identických častíc sa nedá povedať, **z ktorého z 2 zdrojov pochádza práve nameraná častica** („zelený“ a červený prípad sú kompletne nerozlíšiteľné).



# Rovinná vlnová funkcia

Predpoklad:

nekoherentný zdroj + vlnová funkcia častice je rovinná vlna

$$P(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = \iint |\Psi_{\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 f(\mathbf{r}_1) f(\mathbf{r}_2) d^3 \mathbf{r}_1 d^3 \mathbf{r}_2$$

$$\Psi_{\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} [e^{i(\mathbf{p}_1 \mathbf{r}_1 + \mathbf{p}_2 \mathbf{r}_2)} + e^{i(\mathbf{p}_1 \mathbf{r}_2 + \mathbf{p}_2 \mathbf{r}_1)}]$$

$$\begin{aligned} |\Psi_{\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 &= \frac{1}{2} [e^{i(\mathbf{p}_1 \mathbf{r}_1 + \mathbf{p}_2 \mathbf{r}_2)} + e^{i(\mathbf{p}_1 \mathbf{r}_2 + \mathbf{p}_2 \mathbf{r}_1)}] [e^{-i(\mathbf{p}_1 \mathbf{r}_1 + \mathbf{p}_2 \mathbf{r}_2)} + e^{-i(\mathbf{p}_1 \mathbf{r}_2 + \mathbf{p}_2 \mathbf{r}_1)}] \\ &= \frac{1}{2} [1 + e^{i(\mathbf{p}_1 \mathbf{r}_1 + \mathbf{p}_2 \mathbf{r}_2 - \mathbf{p}_1 \mathbf{r}_2 - \mathbf{p}_2 \mathbf{r}_1)} + e^{-i(\mathbf{p}_1 \mathbf{r}_1 + \mathbf{p}_2 \mathbf{r}_2 - \mathbf{p}_1 \mathbf{r}_2 - \mathbf{p}_2 \mathbf{r}_1)} + 1] \\ &= 1 + \frac{1}{2} [e^{i(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) \mathbf{r}_1} e^{-i(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) \mathbf{r}_2} + e^{-i(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) \mathbf{r}_1} e^{i(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) \mathbf{r}_2}] \\ &= 1 + \frac{1}{2} [e^{i\mathbf{q} \mathbf{r}_1} e^{-i\mathbf{q} \mathbf{r}_2} + e^{-i\mathbf{q} \mathbf{r}_1} e^{i\mathbf{q} \mathbf{r}_2}] \end{aligned}$$

$f(\mathbf{r}_i) \equiv$  pravdepodobnosť, že častica bola zdrojom vyžiarená v mieste  $\mathbf{r}_i$ .

$\mathbf{q} = \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2$  je rozdiel štvorhybností častíc.

# Korelačná funkcia

Definujeme korelačnú funkciu dvoch identických bozónov:

$$C_2(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = \frac{P(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)}{P(\mathbf{p}_1)P(\mathbf{p}_2)}$$

Pravdepodobnosť súčasného (nezávislého) zaregistrovania 2 identických častíc s hybnosťami  $\mathbf{p}_1$  a  $\mathbf{p}_2$

$$\begin{aligned} C_2(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) &= \frac{\iint |\Psi_{\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 f(\mathbf{r}_1) f(\mathbf{r}_2) d^3\mathbf{r}_1 d^3\mathbf{r}_2}{P(\mathbf{p}_1)P(\mathbf{p}_2)} \\ &= 1 + \frac{\iint \frac{1}{2} [e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}_1} e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}_2} + e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}_1} e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}_2}] f(\mathbf{r}_1) f(\mathbf{r}_2) d^3\mathbf{r}_1 d^3\mathbf{r}_2}{P(\mathbf{p}_1)P(\mathbf{p}_2)} \\ &= 1 + \frac{1}{2} [\tilde{f}^*(\mathbf{q}) \tilde{f}(\mathbf{q}) + \tilde{f}(\mathbf{q}) \tilde{f}^*(\mathbf{q})] \\ &= 1 + |\tilde{f}(\mathbf{q})|^2 \end{aligned}$$

Experimenty ukázali, že tam treba pridať korekčný faktor  $\lambda \in \langle 0, 1 \rangle$ .  
Pre  $\lambda = 0$  máme korerentný zdroj bozónov, pre  $\lambda = 1$  úplne chaotický.

$$C_2(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = 1 + \lambda |\tilde{f}(\mathbf{q})|^2$$

# Gaussovská distribúcia hustoty zdroja

Najprirodzenejší je zdroj s **Gaussovskou** distribúciou hustoty.

⇒ korelačná funkcia:

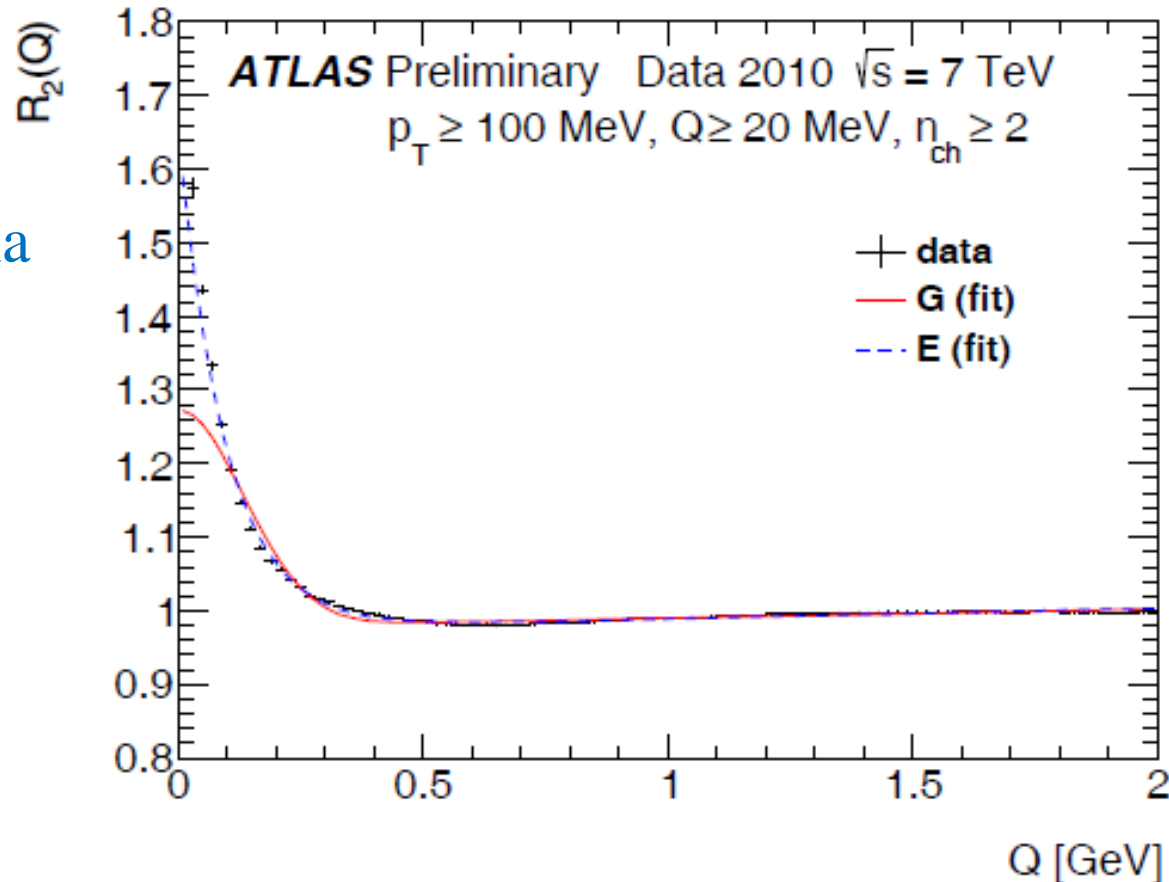
$$C_2(Q) = 1 + \lambda e^{-Q^2 R^2}$$

kde  $Q^2 = -(p_1 - p_2)^2 = M^2 - 4m^2$  je relativistický invariant.

Používa sa aj **exponenciálna** distribúcia hustoty:

$$C_2(Q) = 1 + \lambda e^{-QR}$$

Tzv. lorentzovský zdroj



# Referenčné distribúcie

Pre experimentálne vyšetovanie Bose-Einsteinovych korelácií: je treba brať pomer **signálneho** a **referenčného** Q-rozdelenia

- Signálne Q-rozdelenie – páry identických častíc
- Referenčné Q-rozdelenie - obsahuje všetky korelácie vyskytujúce sa v signálnom rozdelení okrem BEC:

$$C_2(Q) = \frac{N(Q)}{N^{ref}(Q)}$$

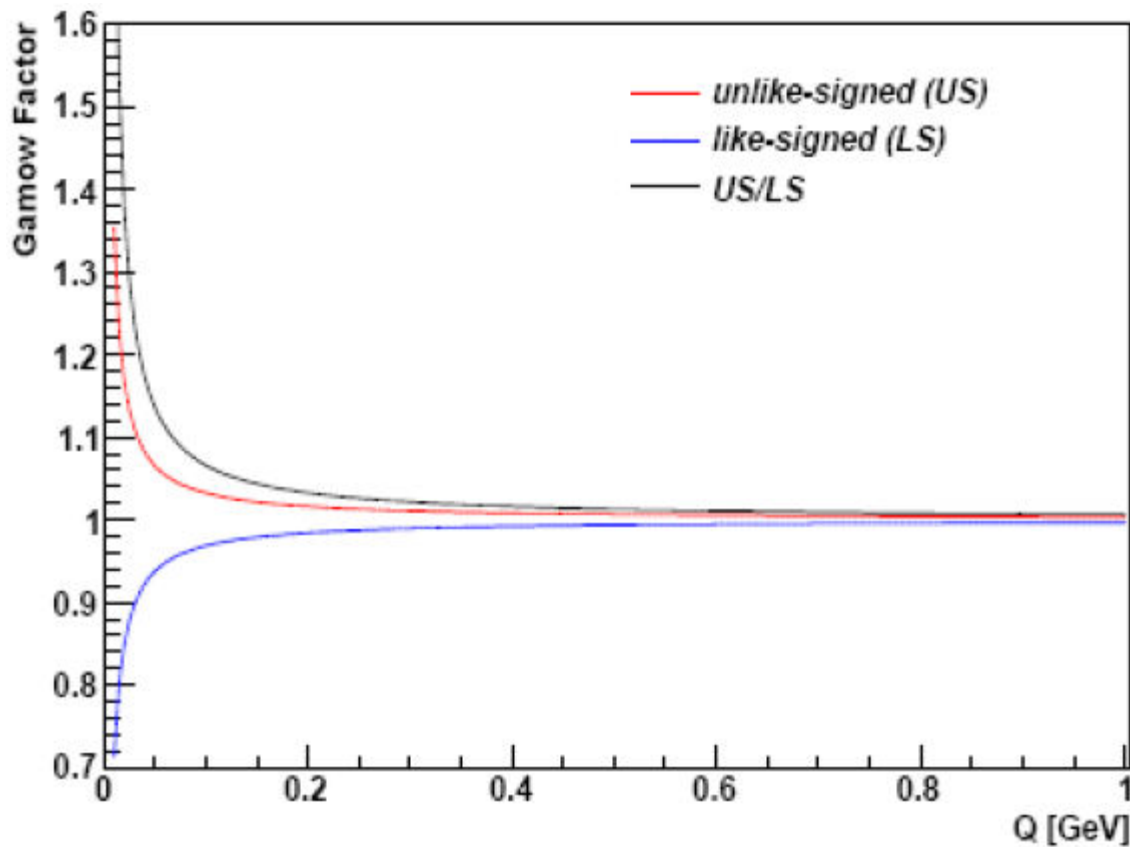
**Referenčné Q-rozdelenie** → ako ho skonštruovať:

- rozdelenie párov častíc s opačnými nábojmi
- event mixing - páry sa berú z rôznych eventov.
- opposite hemisphere – hybnosť častice je otočená  $(E, \mathbf{p}) \rightarrow (E, -\mathbf{p})$
- rotated track - jeden trek z dvojice je zrotovaný o nejaký uhol, napr.  
 $(E, p_x, p_y, p_z) \rightarrow (E, -p_x, -p_y, p_z)$



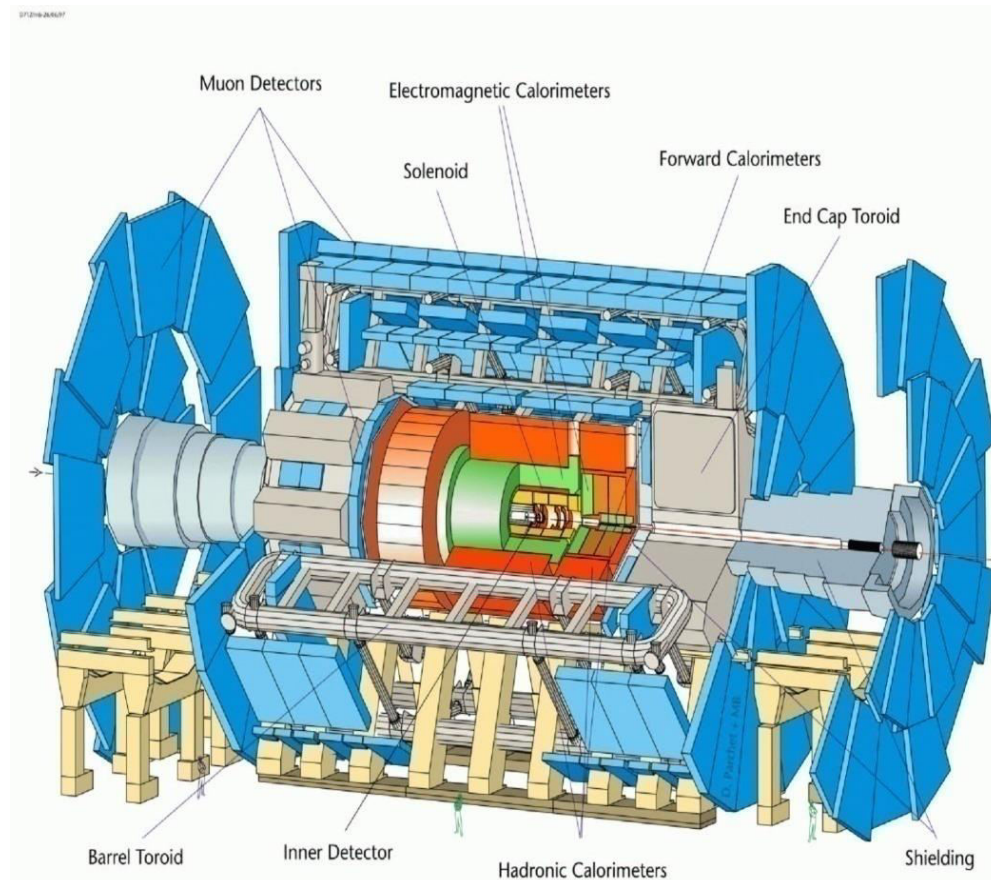
# Coulombovská korekcia

Medzi nabitými časticami pôsobí Coulombova sila, tá znižuje efekt BEC a treba na ňu urobiť korekciu v referenčnej aj signálnej vzorke.

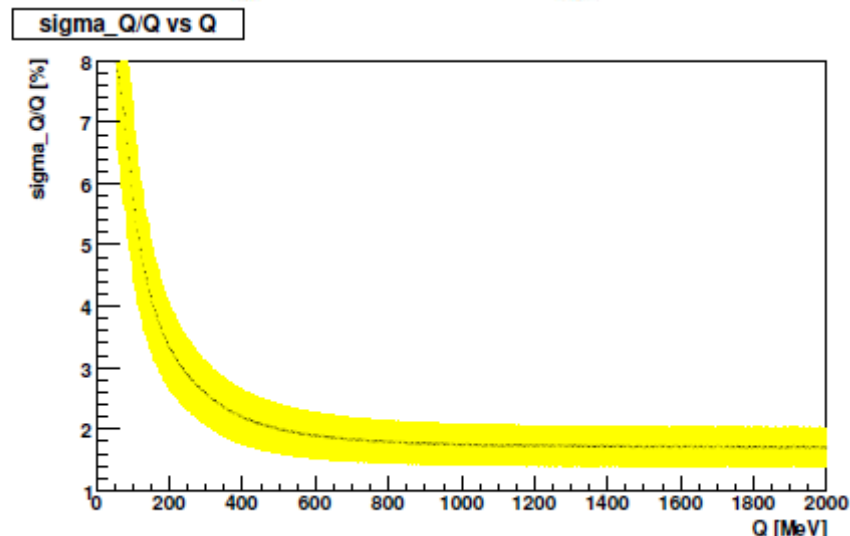
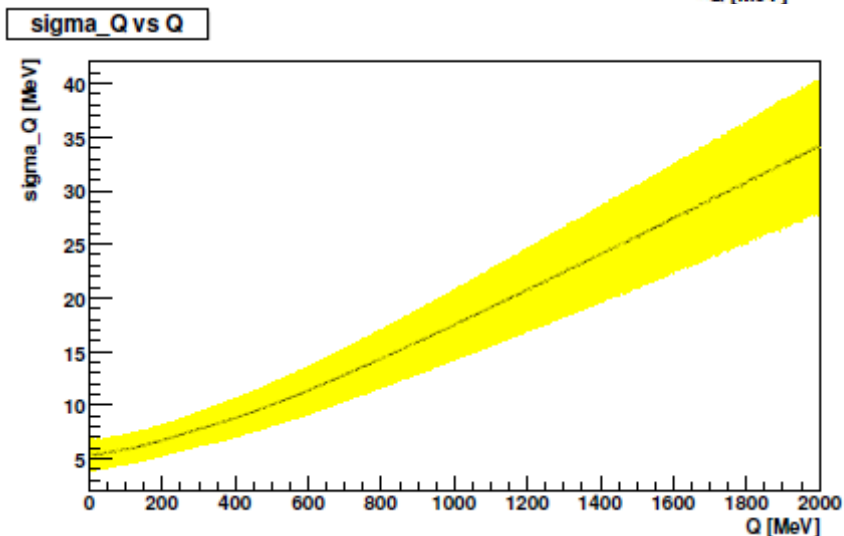
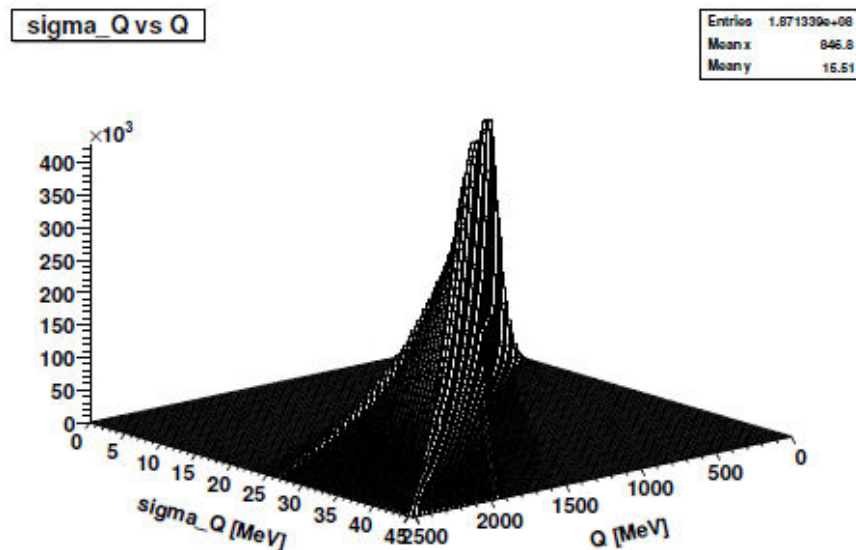
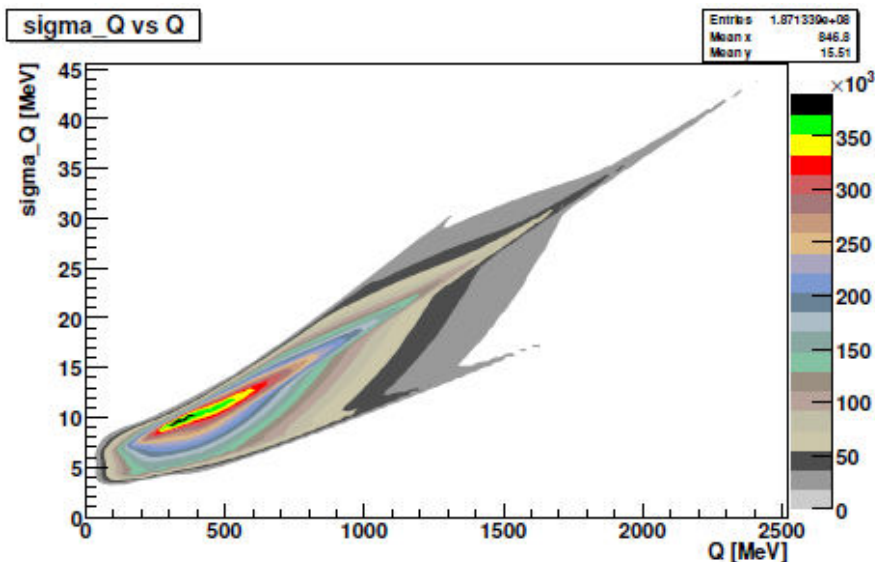


# Cieľ

Študovať BEC identických bozónov (najmä piónov) na dátach nazbieraných experimentom ATLAS pri protón-protónových zrážkach pri energii 7 TeV.



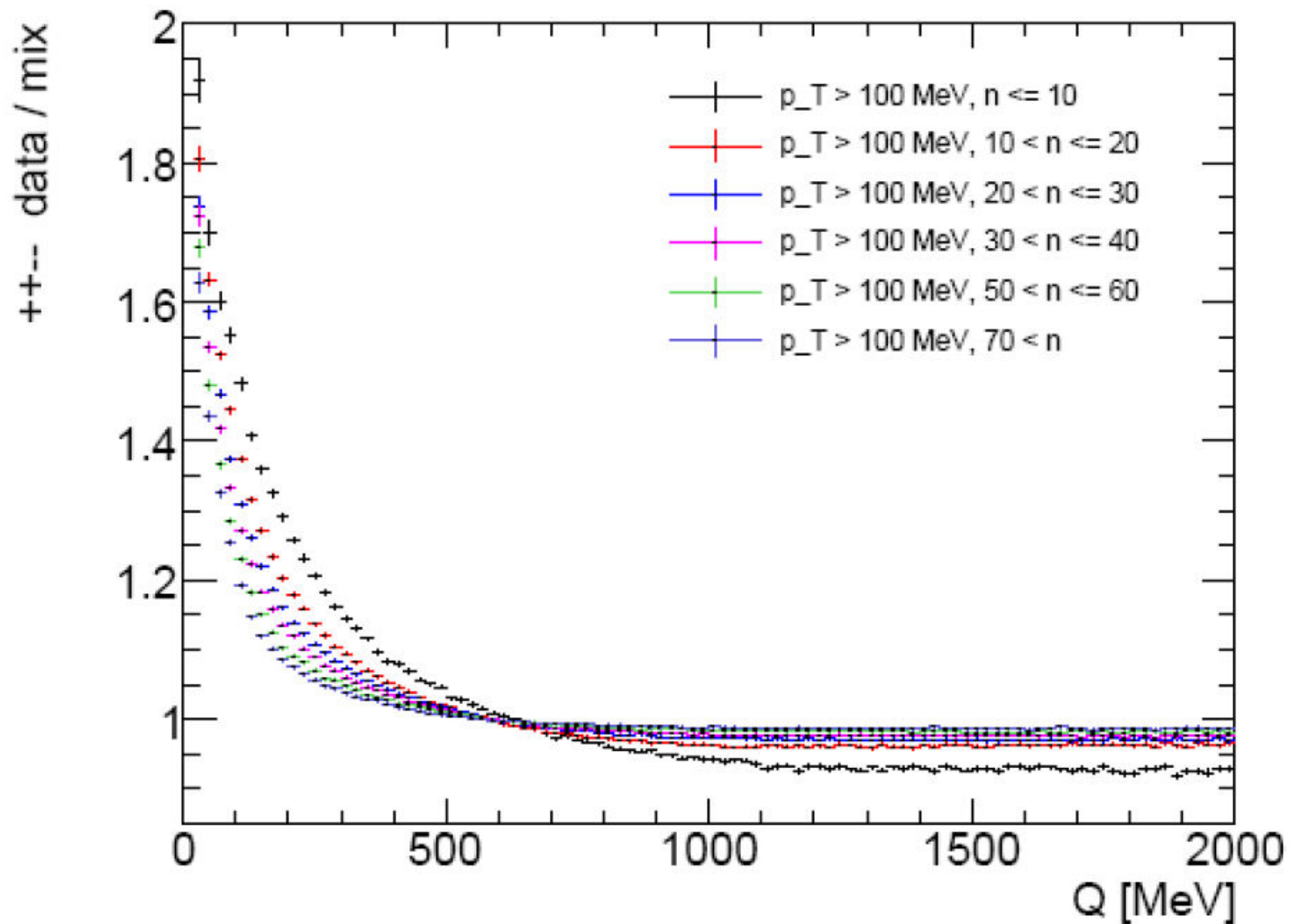
# Rozlíšenie detektora ATLAS na veličinu $Q$



Rozlíšenie: 5 MeV pre malé  $Q$

2% pre veľké  $Q$

# Event mixing



Referenčnú vzorku konštruujeme tak, že berieme páry rovnako nabitých trekov, pričom, každý trek z páru je z iného eventu.

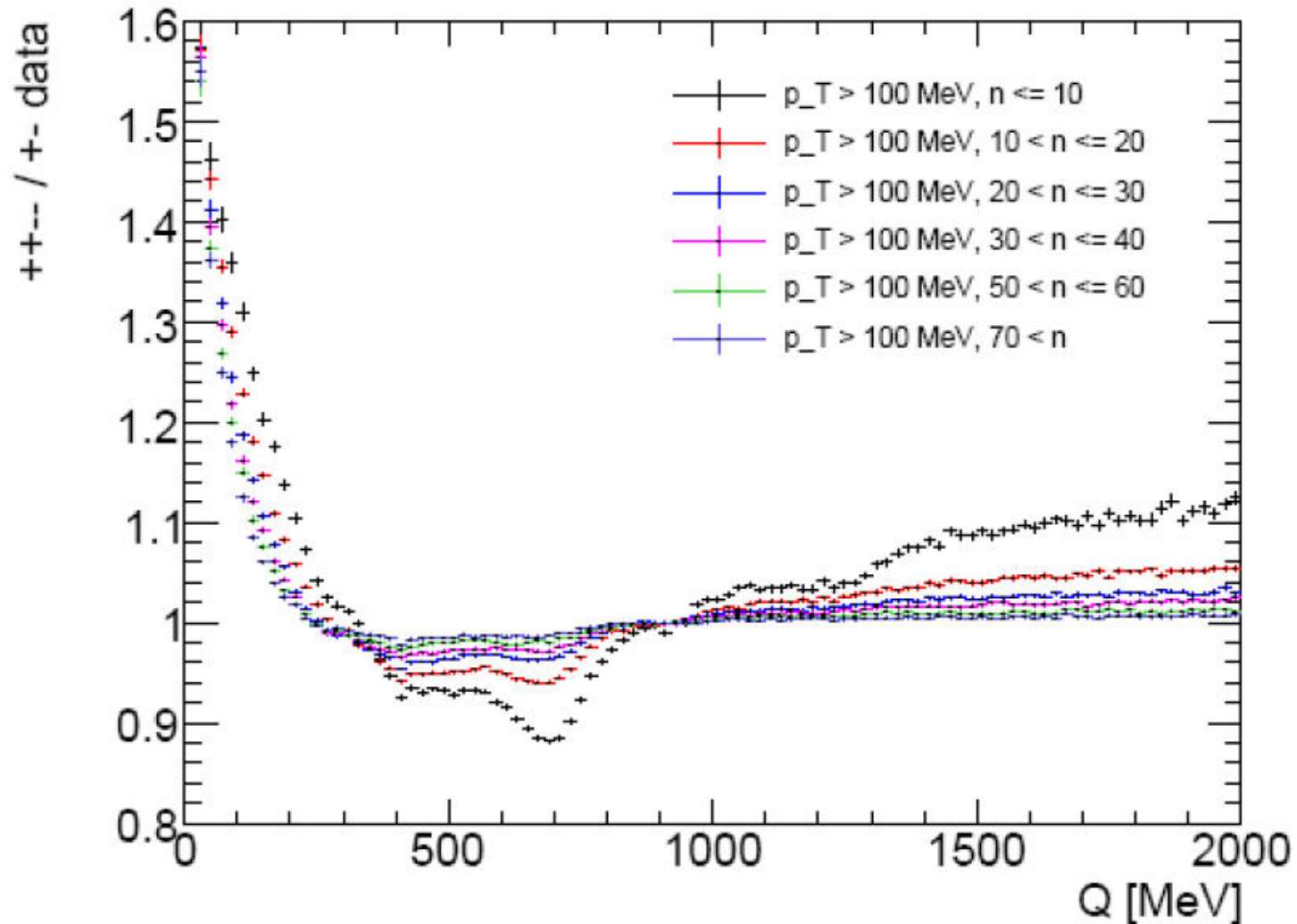
# Event mixing

Fitované exponenciálnou funkciou hustoty zdroja:

$N$	$C_0$	$\lambda$	$R$	$\epsilon$	$\chi^2/\text{ndf}$
all	$0.984 \pm 0.000$	$0.549 \pm 0.002$	$1.316 \pm 0.005$	$0.004 \pm 0.000$	7471.0/95
2–10	$0.937 \pm 0.002$	$0.824 \pm 0.007$	$0.828 \pm 0.011$	$0.011 \pm 0.002$	411.1/95
11–20	$0.960 \pm 0.001$	$0.722 \pm 0.005$	$1.074 \pm 0.008$	$0.000 \pm 0.001$	954.8/95
21–30	$0.979 \pm 0.001$	$0.614 \pm 0.005$	$1.195 \pm 0.010$	$0.007 \pm 0.000$	1405.0/95
31–40	$0.985 \pm 0.001$	$0.569 \pm 0.005$	$1.301 \pm 0.011$	$0.007 \pm 0.000$	1431.2/95
41–50	$0.990 \pm 0.000$	$0.541 \pm 0.006$	$1.396 \pm 0.013$	$0.007 \pm 0.000$	1178.7/95
51–60	$0.992 \pm 0.001$	$0.517 \pm 0.007$	$1.457 \pm 0.016$	$0.007 \pm 0.000$	1082.8/95
61–70	$0.994 \pm 0.001$	$0.517 \pm 0.009$	$1.551 \pm 0.021$	$0.007 \pm 0.000$	779.8/95
71– $\infty$	$0.995 \pm 0.000$	$0.479 \pm 0.008$	$1.617 \pm 0.019$	$0.006 \pm 0.000$	1122.8/95
11– $\infty$	$0.986 \pm 0.000$	$0.546 \pm 0.002$	$1.342 \pm 0.005$	$0.005 \pm 0.000$	7256.6/95

S rastúcim počtom častíc v evente hodnota  $R$  rastie a  $\lambda$  klesá.

# Opačne nabité treky ako referenčná vzorka



Pík v oblasti malých hodnôt  $Q$ .

Vplyv rezonancií v intervale 400 - 800 MeV.

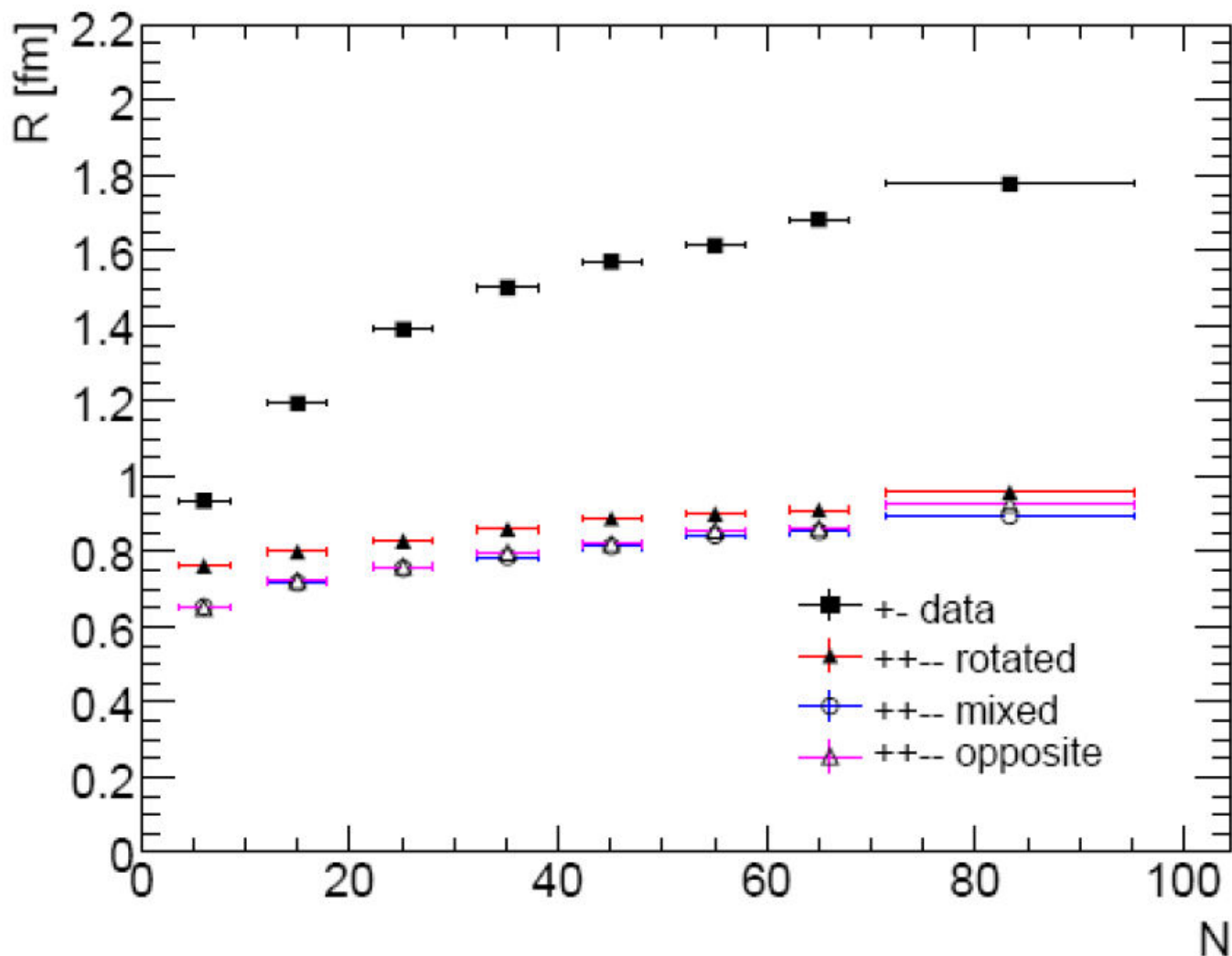
# Opačne nabité treky ako referenčná vzorka

Fitované exponenciálnou funkciou hustoty zdroja:

$N$	$C_0$	$\lambda$	$R$	$\epsilon$	$\chi^2/\text{ndf}$
all	$0.981 \pm 0.000$	$0.963 \pm 0.007$	$3.041 \pm 0.013$	$0.023 \pm 0.000$	3515.1/70
2–10	$0.901 \pm 0.002$	$1.049 \pm 0.020$	$1.730 \pm 0.026$	$0.132 \pm 0.002$	516.7/70
11–20	$0.954 \pm 0.001$	$1.005 \pm 0.015$	$2.337 \pm 0.024$	$0.059 \pm 0.001$	796.6/70
21–30	$0.973 \pm 0.001$	$1.008 \pm 0.017$	$2.833 \pm 0.029$	$0.034 \pm 0.001$	772.3/70
31–40	$0.980 \pm 0.001$	$0.970 \pm 0.017$	$3.013 \pm 0.032$	$0.024 \pm 0.000$	671.4/70
41–50	$0.985 \pm 0.001$	$0.984 \pm 0.019$	$3.200 \pm 0.037$	$0.018 \pm 0.000$	485.8/70
51–60	$0.987 \pm 0.001$	$0.944 \pm 0.021$	$3.242 \pm 0.042$	$0.015 \pm 0.000$	458.6/70
61–70	$0.990 \pm 0.001$	$0.983 \pm 0.027$	$3.408 \pm 0.054$	$0.011 \pm 0.001$	305.4/70
71– $\infty$	$0.992 \pm 0.001$	$0.999 \pm 0.024$	$3.581 \pm 0.048$	$0.008 \pm 0.000$	249.6/70
11– $\infty$	$0.982 \pm 0.000$	$0.969 \pm 0.007$	$3.093 \pm 0.014$	$0.021 \pm 0.000$	3225.6/70

S rastúcim počtom častíc v evente hodnota  $R$  rastie a  $\lambda$  klesá.

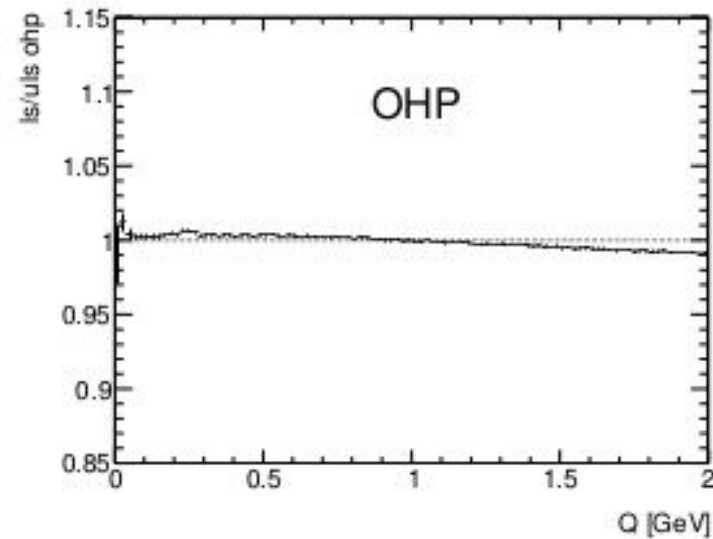
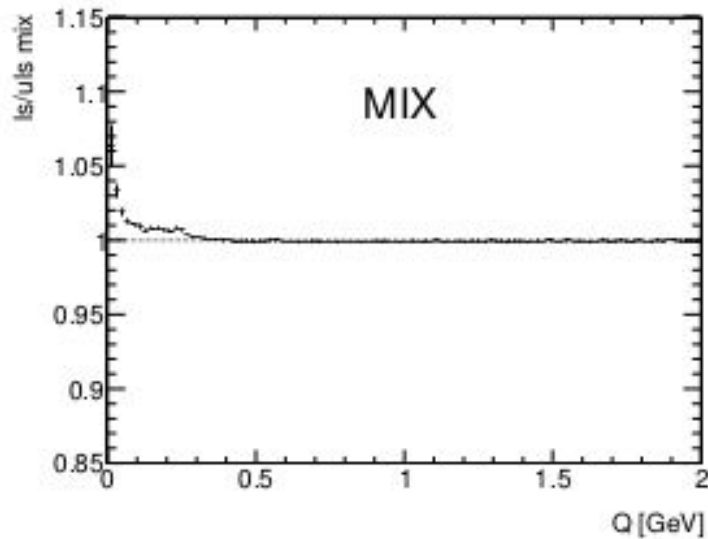
# Porovnanie rôznych referenčných vzoriek



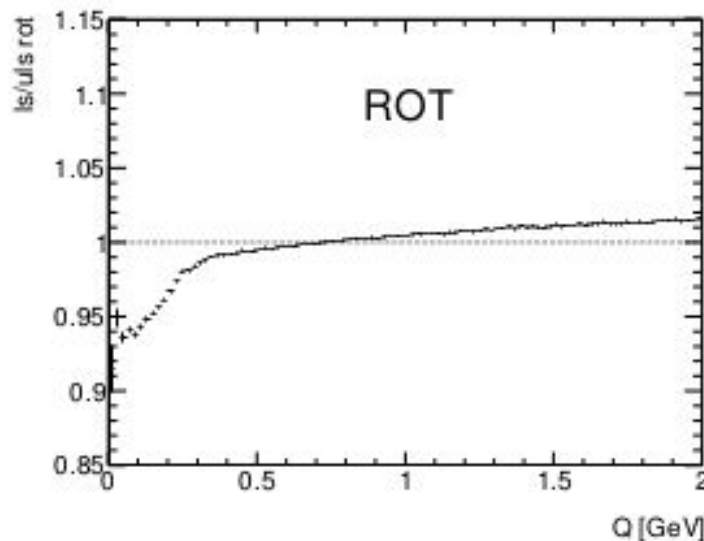
Porovnaním vidíme, že tri referenčné vzorky dávajú približne rovnaké výsledky.



# Aplikovanie na rovnaké aj opačne nabité páry

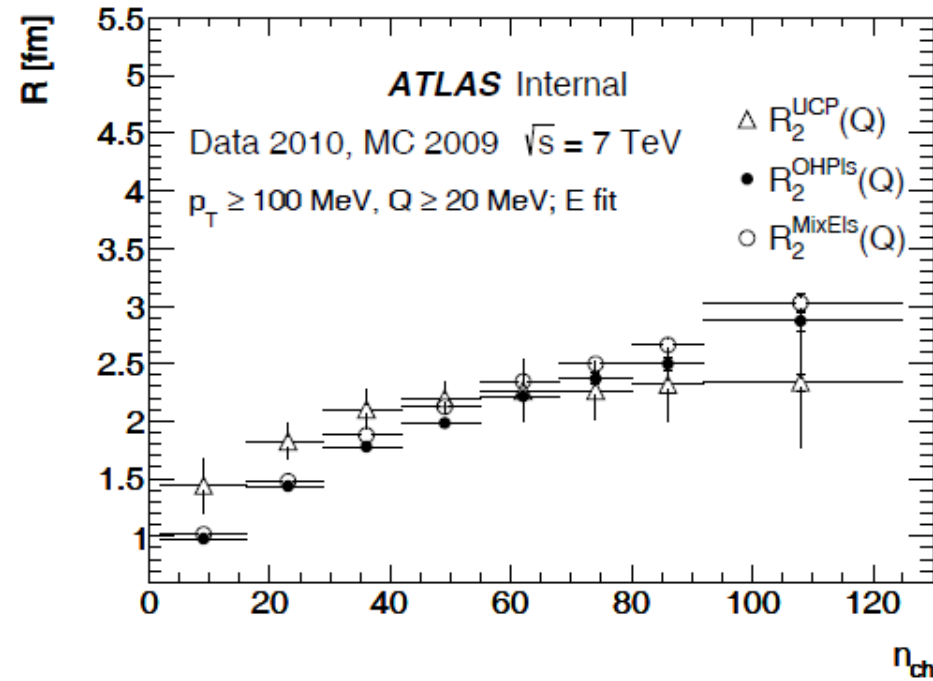
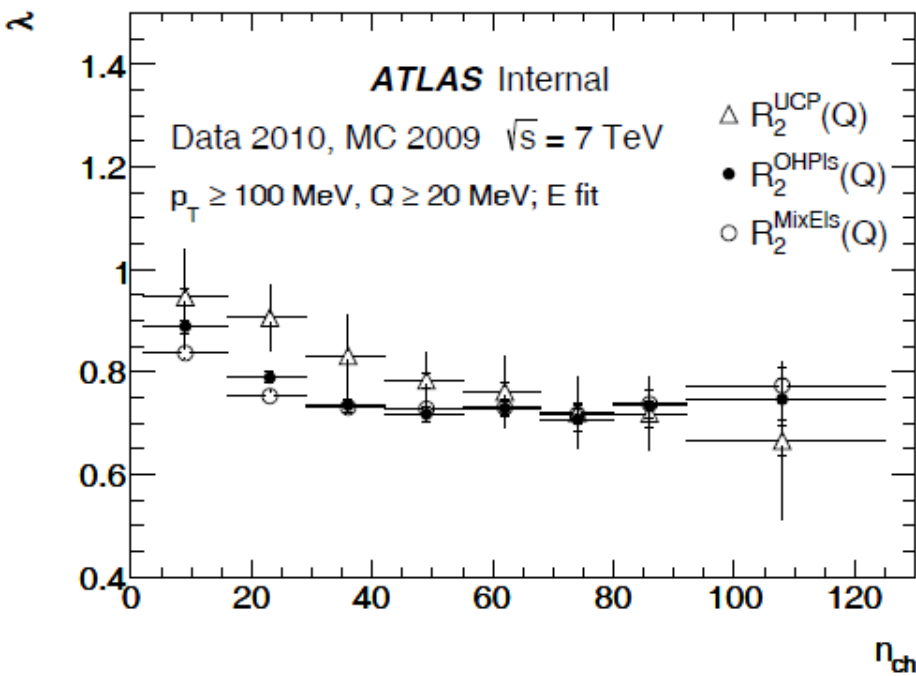


event mixing  
a opačná  
hemisféra  
všetky  
korelácie  
zrušia



rotovaný trek nezničí  
korelácie dostatočne –  
nevhodný ako referenčné  
rozdelenie!

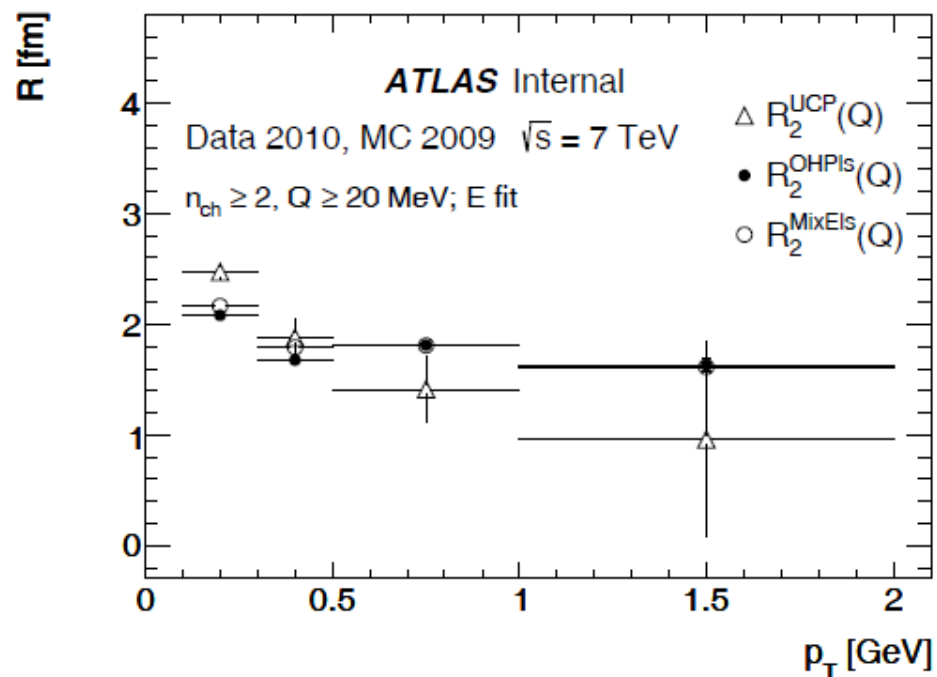
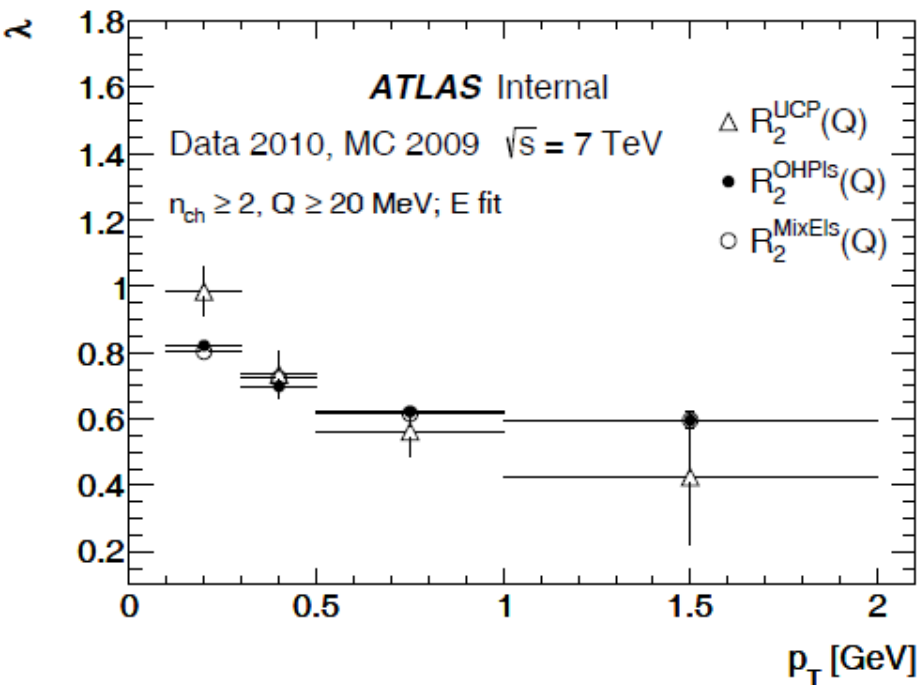
# Závislost parametrov $R$ a $\lambda$ na multiplicitě



S rastúcim počtom častíc v evente hodnota  $\lambda$  klesá a  $R$  rastie.

# Závislost parametrov $R$ a $\lambda$ na $p_T$

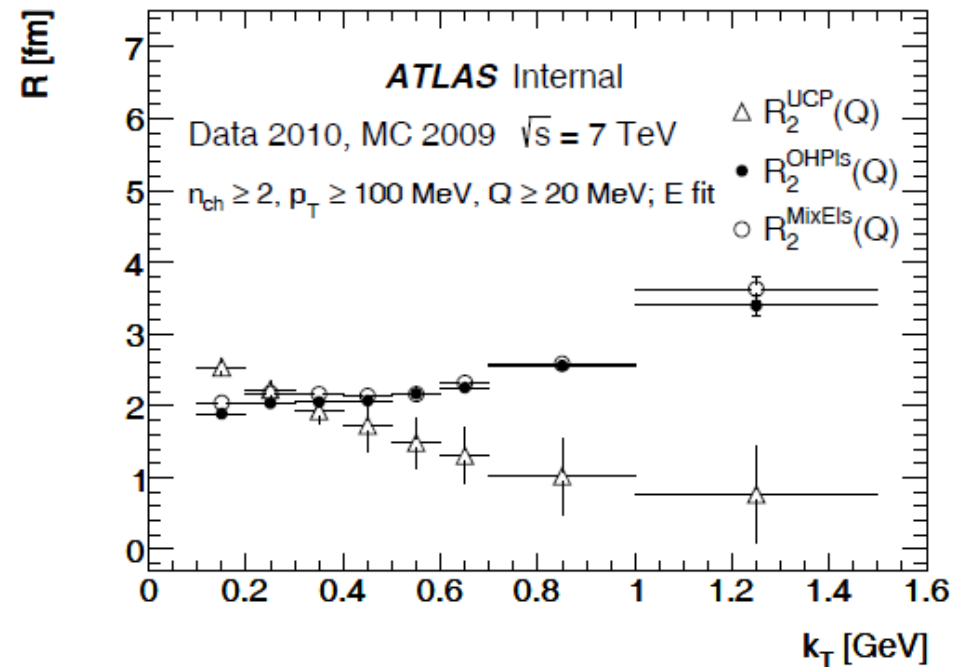
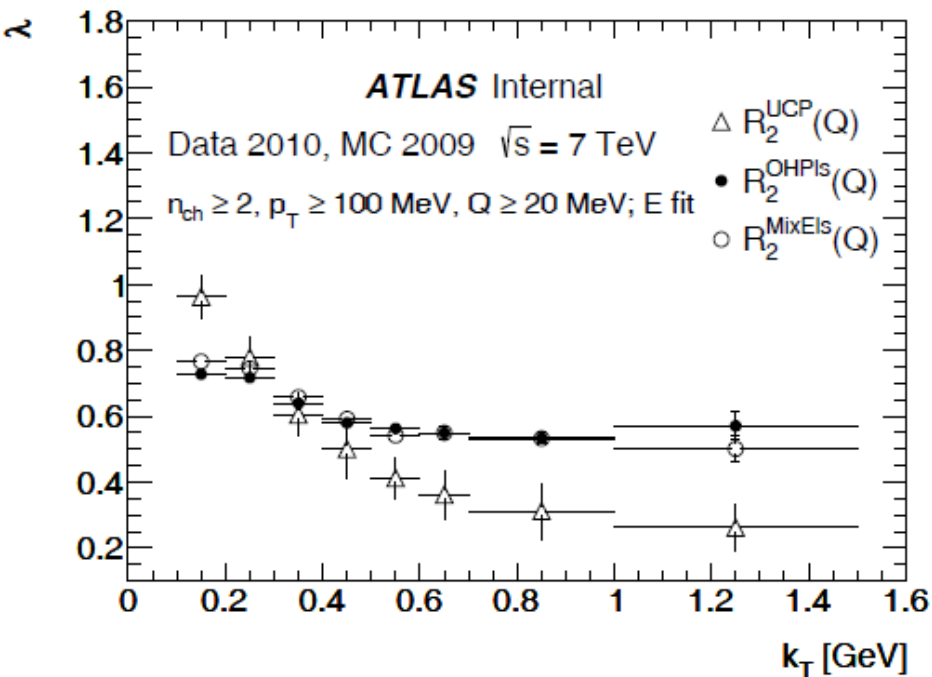
$p_T$  – priečna hybnosť častice – zložka hybnosti kolmá na zväzok



S rastúcim  $p_T$  častíc v evente hodnota  $\lambda$  aj  $R$  klesá.

# Závislosť parametrov $R$ a $\lambda$ na $k_T$

$k_T = |p_{T1} + p_{T2}|/2$  – pričná hybnosť páru častíc



S rastúcim  $k_T$  častíc v evente hodnota  $\lambda$  klesá.

# Zhrnutie

- Na systéme zhodne nabitých piónov vznikajúcich v experimente ATLAS pri protón-protónových zrážkach pre energii 7 TeV boli pozorované Bose-Einseinove korelácie.
- Exponenciálna funkcia fituje dáta lepšie ako gaussovské rozdelenie hustoty zdroja.
- Tri referenčné vzorky (opačná hemisféra, rotovaný trek, event mixing) dávajú približne rovnaké výsledky.
- V prípade použitia opačne nabitých trekov ako referenčnej vzorky musí byť značná oblasť hodnôt vylúčená z fitu kvôli efektu rezonancií.
- Rotovaný trek je nevhodný na použitie ako referenčné rozdelenie, pretože neodstraňuje všetky korelácie.
- Opačná hemisféra a event mixing sú najvhodnejšie na použitie ako referenčné rozdelenie.
- S rastúcim počtom častíc v evente hodnota  $R$  rastie a  $\lambda$  klesá.
- S rastúcim  $p_T$  častíc hodnoty parametrov  $R$  a  $\lambda$  klesajú.
- S rastúcim  $k_T$  častíc hodnoty parametrov  $\lambda$  klesajú.

# ĎAKUJEM ZA PODPORU

Výsledky riešenia projektu „Bose-Einsteinove korelácie v experimente ATLAS“ boli dosiahnuté s podporou Ministerstva školstva, vedy výskumu a športu SR v rámci poskytnutia dotácie v zmysle § 8a zákona č.172/2005 Z. z. o organizácii štátnej podpory výskumu a vývoja a o doplnení zákona č. 575/2001 Z. z. o organizácii činnosti vlády a organizácii ústrednej štátnej správy v znení neskorších predpisov v platnom znení.

